

Ett porträtt av en matematiker

Ann-Sofi Røj-Lindberg

Another roof, another proof

Paul Erdős' motto

Det har blivit något av en tradition att LInjalen ska innehålla en artikel om någon vetenskapsman. I två tidigare nummer har fysiker blivit presenterade: den norske uppfinnaren och norrskenforsaren Kristian Birkeland i LInjalen nr 12; den amerikanske kvantfysikern och Nobelpristagaren Richard Feynman i LInjalen nr 13-14. För årets nummer valde jag en av 1900-talets mest framstående matematiker, den ungerske talteoretikern Paul Erdős (uttalas "ärdisch") (1913–1996). Då Paul Erdős var fem år gammal, ett matematiskt underbarn, överbeskyddad av sin mamma och redan förtrogen med de negativa talens värld, dog den femtioåriga Kristian Birkeland ensam och uppgiven i ett hotellrum i Japan. Paul Erdős och Richard Feynman var i stort sett samtida, men deras vägar korsades uppenbarligen aldrig, även om det var nära.

Den minnesgode läsaren minns kanske att Richard Feynman var stationerad i Los Alamos under några år för att delta i utvecklandet av den första amerikanska atombomben. Även Erdős inbjöds till Los Alamos av de amerikanska myndigheterna, men han stämplades sedan ändå som olämplig av politiska orsaker. Erdős familj var av judisk börd. Han hade därför varit tvungen att emigrera till USA på grund av anti-semitismens utbredning i Europa på 1930-talet. Till sin natur var Erdős frispråkig och principfast. Han längtade ständigt hem till Ungern, till Budapest. Dessutom älskade han att dra auktoriteter vid näsan. Allt det här bidrog antagligen till att försvarsväsendet i USA uppfattade Erdős som så till den grad opålitlig av att hans oerhörda matematiska intuition och teoretiska förmåga kom att väga lätt gentemot den politiska bedömningen av hans person. Erdős' kontakt med Los Alamos kom därför att inskränka sig till en avslagen ansökan. Det formella skälet till avslaget var hans vägran att skriva under ett papper som krävde att han skulle avstå från att nämna atombomben efter krigsslutet.

En gemensam faktor kan hittas även beträffande Erdős och Birkeland. Precis som fysikpristagaren Feynman skulle båda två ha varit värda Nobelpriset för sina vetenskapliga insatser. Erdős för att han är upphovsman till en oerhörd mängd matematiska teorem och bevis, många av dessa uppfattas av matematikersamfundet som veritabla tungviktare. Till exemplet det eleganta bevis Erdős kom med vid 18 års ålder för teoremet att ett primtal alltid kan hittas mellan n och $2n$ för varje $n > 1$. Exempel på ett annat fundamentalt bidrag av Erdős är en typ av existensbevis baserat på sannolikhetstänkande.

Birkeland var faktiskt på förslag att få Nobelpriset för sin metod att utvinna kväve ur luften men han hade råkat för en äregirig mecenat, som satte käppar i hjulet, och själv ville lysa på Birkelands bekostnad.

Också i Erdős' fall kan man i och för sig påstå att det fanns andra som kunde ta åt sig äran för insikter som Erdős i praktiken varit upphovsman till. Men det här berodde inte på att Erdős skulle ha blivit lurad av ohederliga matematikerkolleger, utan orsaken kan hellre sökas i att Erdős betraktade matematik som en gruppaktivitet. Viktigast för honom var att *någon* löste de problem han kom fram med. Förutom att han frikostigt delade ut insikter, inspirerande ledtrådar och frågeställningar åt andra matematiker, till exempel skrev han årligen mer än tusen brev, så producerade Erdős artiklar tillsammans med så många andra matematiker under sin livstid att det kan vara svårt att urskilja var han fungerat som den ursprungliga idésprutan. Hela 485 personer kan tillskriva sig Erdős-talet 1, det tal som säger att någon skrivit en artikel tillsammans med Erdős. Erdős-talet 2 betyder således att någon skrivit något tillsammans med någon som skrivit med Erdős, osv. Den stackare som aldrig skrivit en matematisk artikel har följaktligen ett Erdős-tal som är lika med ∞ .

De flesta framstående matematiker bidrar med i storleksordningen 50 artiklar under hela sin livstid, vilket kan jämföras med att Erdős under sin livstid själv skrev eller var medförfattare till totalt närmare 1.500 artiklar. En prestation som får Paul Hoffman i sin bok om Erdős att framställa honom som nummer två i produktivitetshänseende efter den framstående 1700-talsmatematikern Leonhard Euler. Förutom att Euler hann han bli far till 13 barn skrev han under sin livstid 80 böcker fulla med matematiska resultat. Den förstnämnda typen av prestationer var dock helt främmande för Erdős. För honom var den stora passionen att göra sig själv "odödlig" genom att avtäcka den ena matematiska sanningen efter den andra på så eleganta sätt som möjligt. Matematiken var Erdős' liv. Hans mest intima vänner i livet var printalen, som han förstod sig bättre på än någon annan.

Erdős växte upp i Budapest som enda barnet i en lärarfamilj där båda föräldrarna var matematiklärare. Pappan sattes i rysk fångenskap i Sibiren. De första sex-sju åren av sitt liv tillbringade Erdős därför med mamman och sin barnsköterska. Mamman var en viktig person för Erdős inte enbart under barndomen utan under hela hans vuxna liv. Hans skolgång inskränkte sig till några läsår i högstadietiden eftersom mamman var rädd att han skulle drabbas av någon smitta i likhet med hans båda systrar som dog inom samma vecka då Erdős var bara några dagar gammal. Som 21-åring doktorerade han i matematik år 1934 vid ett universitet i Budapest. Fascismen hade brett ut sig i landet och han lämnade sedan Ungern för gott.

Original och världsmedborgare

Flytten från Ungern innebar att Erdős inledde ett kringflackande liv med alla sina få ägodelar i en kappsäck: en stor radio, lite kläder, några anteckningshäften och diverse medikamenter för sin känsliga hud. Någon har räknat ut att efter år 1934 sov Erdős knappast någonsin i samma säng mer än sju nätter i rad. Han flög från den ena föreläsningen och konferensen till den andra. Han kunde när som helst ringa eller dyka upp hos en matematikerkollega, fälla den typiska kommentaren "my brain is open" vilket i praktiken betydde frågan "är du beredd att tänka på matematik?" och sedan direkt förvänta sig livliga matematiska argumentationer och diskussioner. Han var minimalt upptagen av allt det som "normala" människor tycker är nödvändigt i livet, som att koka mat, lära sig köra bil, uppleva kultur och teater, bilda familj m.m. Såväl praktiska som ekonomiska och andra "världsliga" frågor såg han som ytterst

triviala, delvis för att han helt enkelt inte trodde att han klarade sådant utan hjälp. Hans pass var ofta försvunnet, något så enkelt som att tvätta sina egna kläder var omöjligt, han ställde till med oreda både i badrum och kök, kunde knappt hålla upp ett glas juice åt sig och konstaterade själv att den maträtt han var bäst på att "koka" var kalla flingor. Däremot visade han nog nyfikenhet och ett teoretiskt intresse även för mat, vilket bland annat kom till uttryck i ständiga frågor om recept och matens ursprung. Serverades kött frågade Erdős med sin typiska ungerska brytning *Vot vuz zat ven it vuz live?* Någon dag senare kunde han igen ställa precis samma frågor om maten. Det mesta utanför matematikens värld var han ointresserad av och kom sporadiskt ihåg. Matematik glömde han inte. "Det världsliga" sköttes för hans räkning av mamman, men främst av ett antal av hans matematikerkollegor.

Människor som Erdős mötte tyckte om honom trots alla hans excentriska drag, även om telefonsamtal mitt i natten eller kaotiska badrum kanske inte var så uppskattade alla gånger. Han var en omtänksam och humoristisk person. Framförallt var han en social person, men inte precis med den innebörd vi vanligen lägger i uttrycket. Speciellt gillade han barn, eller *epsilons* som han kallade både barn och allt annat smått. Han var dessutom otroligt givmild och skänkte bort i stort sett allt han förtjänade; till någon förening för ungdomar, till någon ung matematiker eller ibland till någon helt okänd människa som verkade behöva en slant. "Small-talk" och begivenheter "utan matematik" förstod han sig inte på, allt från bröllop till begravning var lika illa i detta hänseende. Deltog han i sådant satt att han oftast plitande i något av de tio häften han fyllde med matematik under sin livstid eller såg ut som om han satt och sov, vilket förstås inte var fallet. Han tänkte på något matematiskt problem. Erdős var alltid öppen för diskussioner med alla matematiskt intresserade han mötte, barn såväl som vuxna. Hans vänner brukade skämtsamt konstatera att han knappast skulle kunna åka tåg ens en gång utan att bevisa ett teorem tillsammans med konduktören!

Erdős' förmåga att tänka på flera teoretiska problem parallellt var legendarisk; till exempel att spela schack samtidigt som han jobbade på upptäckten av något komplicerat bevis. Under en stor del av sitt vuxna liv ägnade han sin vakna tid, ofta förlängd med hjälp av en dos amfetamin, i stort sett uteslutande åt matematisk problemlösning. Ofta slutar matematiker med sitt intensiva problemlösande då de blir äldre. De kanske i stället börjar ägna sig åt att lägga upp agendan för matematikforskning och att peka ut områden som blivit försummade och som unga forskare därför borde ägna sig åt. Vissa glider allt mer över till matematikfilosofi, medan andra helt börjar ägna sig åt undervisning. Det finns också många exempel i historien på matematiska underbarn som fått mentala problem eller vars förmåga gått ner till en mer "normal" nivå med åren. Erdős fick behålla sin matematiska spänst ända till slutet, men oroade sig hela tiden för ett sämre öde. Han brukade säga att det första senilitetstecknet för en man är att han glömmer sina egna teorem. Han var ständigt orolig för att han skulle bli senil eller att Gud, som han beskrev som *SF, the Supreme Fascist*, skulle spela honom ett spratt och ta ifrån honom hans kreativa intuition och matematiska förmåga. För Erdős bestod den värsta tänkbara livskatastrofen i att inte kunna fortsätta upptäcka alla de perfekta och eleganta bevis som finns inskrivna i den oräkneligt omfattande *Boken med de matematiska sanningarna*. Erdős stod för den personliga filosofin att *Boken* förvaltas av *SF* och att alla matematiska hypoteser som kan formuleras även i princip kan bevisas eller motbevisas eftersom bevisen finns i *Boken*. Erdős' matematikfilosofi innefattar följande

tanke: eftersom man i princip vet att sanningen existerar, så är det, trots att man inte kan bevisa den, nog för att kunna agera med säkerhet och arbeta med alla matematikens teorem som om de stod för det absolut sanna. Denna typ av matematikfilosofi delar han grovt taget med många andra matematiker och matematikfilosofier, några av de mer kända är Gottlob Frege, David Hilbert, G. H. Hardy och Bertrand Russell.

En livsuppgift Erdős ansåg sig ha, förutom att göra matematik, var att hitta matematiska underbarn och hjälpa fram slumrande matematiska förmågor. Dessutom stimulerade han andra matematikers matematiska självförtroende och höll dem ”på bettet” genom att ständigt argumentera med dem och bombardera dem med nya antaganden och problem. Till och med den gång han skulle bli opererad i ena ögat ställde han villkoret att få prata matematik med matematikerkollegor medan operationen pågick, vilket läkarna även gick med på. Han hade en unik förmåga att hjälpa andra matematiker genom att identifiera problem som var just precis av det slag de just då behövde lösa för att komma vidare. Till exempel försökte han stöda logikern Kurt Gödel som, trots att han var en matematisk gigant, tvivlade och led av ett svagt matematiskt självförtroende på gränsen till paranoia. Tvivlet kanske berodde på att Gödels största upptäckt, att konsistensen i ett matematiskt system aldrig kan bevisas, skakade om grundvalarna för hela bygget av matematiken som vetenskap. Gödels upptäckt innebär att det är omöjligt att bevisa att ett matematiskt system bygger på axiom som är fria från motsättningar. Det här för in en osäkerhet i det matematiska vetenskapandet som Erdős aldrig ville acceptera. För honom var matematiken en vacker och evig juvel som skulle upptäckas. Filosofin att bevisen existerar i *Boken* var därmed tillräcklig för honom.

Under slutet av sitt liv fick Erdős uppleva att Fermats stora sats blev bevisad av Andrew Wiles. Fermats stora sats hade gäckat matematikerna och förblivit obevisad i mer än 350 år (se Singh, 1997). Satsen säger i princip att Pytagoras sats bara stämmer för potensen 2 och inget annat tal. Själv hade Erdős gjort vissa utvecklingar utgående från Fermats så kallade lilla sats, som ligger till grund för många olika sätt att avgöra om ett tal är ett primtal. Mot bakgrund av Erdős’ syn på matematik som gemensam verksamhet och en samfundsangelägenhet, är det inte så konstigt att han saknade förståelse för det slag av isolerat arbete som Andrew Wiles höll på med i åtta år innan beviset offentliggjordes. Erdős var helt förvissad om att beviset skulle ha nåtts snabbare och blivit elegantare med mera öppenhet och samarbete mellan Wiles och andra matematiker. Beviset, vars sanningshalt ansågs konstaterad av matematikersamfundet år 1994, omfattar hela 200 sidor. Erdős var tillfreds över att Wiles inte alls använt datorer till hjälp i sin bevisföring, men han var osäker på om det komplicerade beviset kunde räknas vara ”straight from the Book”. Detta ”straight from the Book” skulle ha varit den bästa komplimang Wiles’ bevis kunde ha fått av Erdős. Fermat själv påstod ju år 1637 att beviset för hans teorem inte rymdes i marginalen, vilket kunde tyda på att Fermats bevis åtminstone var kortare än Wiles’ bevis.

Erdős var matematiskt aktiv ända till slutet av sitt liv. Han dog på hösten 1996. Begravningen, som samlade mer än femhundra människor, blev ännu en händelse som trotsar bilden av matematiker som asociala genier. De sociala nätverken var en oerhört betydelsefull aspekt i Erdős’ liv; likaså hans förmåga att inspirera och förena människor av alla de slag och

nationaliteter, med ett brinnande intresse för matematiken som minsta gemensamma nämnare.

The man who loved only numbers

Som källa för den här artikeln ligger i huvudsak Paul Hoffmans bok *The man who loved only numbers*. Det märks att boken är baserad på ett mycket gediget bakgrundsarbete. Hoffman studerade matematikens historia och umgicks mycket med Erdős under de sista tio åren av Erdős' liv. Han intervjuade dessutom många av Erdős' otaliga vänner och matematikerkolleger, speciellt sådana med Erdős-talet 1. I mitt tycke har Hoffman lyckats väva ihop en härlig text som fungerar både som biografi över Erdős och som ett fönster in till väsentliga aspekter av matematikens historia. Litet grundkunskaper i matematisk teori behövs kanske, men boken, som omfattar 270 sidor, är mycket väl värd att läsas även av den som sällan sysslar med matematiskt teoretiserande. Framförallt ger den inblickar i en typ av verksamhet som en matematiklärare vanligen vet väldigt lite om. Till vardags tänker vi knappast på att den matematik som undervisas och finns i läroböckerna är en liten och välpolerad del av allt det matematiska kulturarv som matematiker debatterat och formulerat under historiens gång.

Till sist

En aspekt som går som en röd tråd genom Hoffmans bok är att matematik kan betraktas mer som tänkande och lärande i grupp än som enskilt arbete. Matematik är att resonera och debattera. Det är att vända och vrida på hypoteser och argument som olika personer kommer fram med. Det är att kunna presentera och försvara sina hypoteser, men även att vara intellektuellt ärlig och modig nog att revidera dem ifall andras argument verkar vara mer rimliga. I skolmatematiken bildar lärare och elever ett lokalt "matematikersamfund" som tillsammans återupptäcker bitar av det ofantliga matematiska kulturarvet. Frågan är om skolmatematiken även inrymmer de attityder och arbetssätt med vars hjälp detta arv en gång har skapats och fortsättningsvis utvecklas.

Referenser

Hoffman, P. (1998). *The man who loved only numbers*. London: Fourth Estate.
Singh, S. (1997). *Fermats gåta*. Falun: Norstedts.