

Røj-Lindberg, A-S. (2006). "Jag satt fast i mönster" – Metaforer i lärares berättelser om matematikundervisning i förändring. Ingår i L. Häggblom, L. Burman & A-S. Røj-Lindberg (red.) *Perspektiv på kunskapens och lärandets villkor*. s. 113-124. Specialutgåva Nr 1/2006. Vasa: Pedagogiska Fakulteten vid Åbo Akademi.

"Jag satt fast i mönster"

- Metaforer i lärares berättelser om matematikundervisning i förändring¹

Ann-Sofi Røj-Lindberg

Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi

Bakgrund

En dag i maj för 12 år sedan frågade Ole om mitt intresse att komma till Pedagogiska fakulteten som forskningsassistent. Ole stod just då i beråd att utforma ett forskningsprojekt och sökte medarbetare. Som forskningsintresserad matematiklärare var det inte svårt för mig att svara jakande på Oles fråga. Här såg jag en chans till att inleda forskarstudier i matematikdidaktik och samtidigt fundera på hur matematikundervisningen skulle kunna utvecklas. En tid senare kom beskedet att Utbildningsstyrelsen hade ställt sig positiv till att finansiera forskningsprojektet, som gick under namnet *Undervisningsmetoder ur elevperspektiv*. Mitt bidrag till festskriften kan ses som en följd av detta forskningsprojekt och av ett långvarigt och gott samarbete med Ole.

I mitt bidrag behandlar jag temat matematikundervisning och dess förändring ur lärares synvinkel. Lärarna är en grupp ämneskolleger på en skola som ville göra förändringar i de traditionella undervisningsmetoderna och med stöd av kollaborativ aktionsforskning. Lärarna hade gett aktionsforskningen akronymen PUMA (Processer och utvärdering i matematikundervisningen). I intervjuer berättade lärarna om sin undervisning, sina argument för förändring och sina synsätt på kunskap och lärande. Lärarnas berättelser visar att föreställningar om undervisning kan uppfattas både som en trygg ram för förändringen och som en bindande snara som det är svårt att frigöra sig ifrån. Två epistemologiska djupmetaforer för undervisning kunde skönjas: *behållarmetaforen* och *transportmetaforen*. I framställningen berör jag även aktionsforskning som ett verktyg för lärares lärande och förändringsarbete.

Matematikläraren i en undervisningskultur

Många undersökningar har visat att matematikundervisningen på högstadienivå förlitar sig på rutiner och på arbetsmetoder som är likartade från lektion till lektion, från skola till skola och från land till land (Bodin & Cappioni, 1996; Stigler & Hiebert, 1999). Vidare hävdar forskare i likhet med Romberg och

¹ Artikeln är till vissa delar en bearbetning på basis av Røj-Lindberg, A-S. (2003). "I was trapped in a pattern": The dilemma of change. *SMDF Medlemsblad*, 8, 6-23.

Kaput (1999) att den matematiska kunskap och den förståelse vi förväntar oss att elever skall utveckla skulle kräva en ny undervisningskultur med nya traditioner och arbetsmetoder samt en omdefiniering av skolmatematikens innehåll.

Enligt Romberg och Kaput (1999) är den traditionella matematiklektionen strukturerad enligt en tredelad modell som inleds med granskning av hemuppgifter. Sedan fokuseras lektionens huvudsakliga tema, oftast genom att några problem framläggs och löses på tavlan av läraren eller ibland av någon elev. Till sist löser eleverna liknande uppgifter, i allmänhet ur läroboken och som enskilt arbete. Modellen kan antas innefatta föreställningen att effektiv kunskapsutveckling är beroende av lärarens undervisningsmetoder och, framförallt, av lärarens förmåga att framlägga och förklara den aktuella matematiska teorin (se t.ex. Smith, 1996). Lämpliga uppgifter skall, tillsammans med lärarens förklaringar, hjälpa eleverna förstå matematiken.

I en enkätbaserade kartläggning² som genomfördes i Svenskfinlands högstudier hösten 1997 deklarerade det stora flertalet av lärarna för en klassrumstradition med lärarledd undervisning och enskilt räknande som de vanligaste arbetsmetoderna (Røj-Lindberg, 1999). Det flesta lärare ansåg vidare att deras undervisning rullade på i invanda hjulspår. En syn på undervisning som dialog och reflektiva resonemang skyntade fram i ett mindre antal lärarsvar. En tredjedel av lärarna uppgav att deras undervisning på senare tid hade förändrats mot en mer problemlösande och elevcentrerad undervisningsansats.

Landsöverskridande traditioner i matematikundervisningen har även kunnat påvisas. Bodin och Cappioni (1996) jämförde matematikundervisning på högstadienivå i tolv länder spridda över hela världen. Deras konklusion är att matematikundervisningen har samstämmiga drag i alla de undersökta länderna. Stigler och Hiebert (1999) undersökte videobandade lektionsaktiviteter i matematikklassrum med åttondeklassare i flera länder inom ramen för TIMSS Video Study. De såg som gemensamt drag en tredelning liknande den som Romberg och Kaput beskriver ovan: att klassen repeterar tidigare behandlad matematik, att läraren presenterar matematiska problem inför för hela klassen och att eleverna löser matematiska problem enskilt eller i grupp. Vid en närmare granskning av de videobandade lektionsaktiviteterna framträdde dock markanta skillnader mellan länder i organiseringen av lärandets innehåll. Till exempel verkade lärare i Japan och Amerika lägga olika innebörd i begreppet 'matematisk problemlösning'. Japanska lärare presenterade matematiska problem främst som inledning till att eleverna granskade lösningsprocedurer enskilt eller i mindre grupper. I amerikanska klasser däremot, användes matematiska problem oftare i syfte att demonstrera lösningsprocedurer som

² I kartläggningen deltog 42 högstadieskolor (av 52 möjliga). 80% av matematiklärarna i dessa skolor besvarade enkäten (136 lärare av 166 möjliga).

eleverna sedan övade sig i att använda. Man kan alltså säga att de japanska lärarna var mer benägna att föreställa sig problemlösning som en metod att nå andra mål medan de amerikanska lärarna såg problemlösning som ett mål i sig (se Mogens Niss' artikel i denna festskrift).

Då Stigler och Hiebert (1999) jämförde lektioner inom länder och mellan länder noterade de regelbundenheter som de kallar för matematikundervisningens *kulturella manuskript* (cultural script). Det kulturellt bestämda manuskriptet för hur matematikundervisning skall gå till kan förliknas vid en gemensam och outtalad kunskapsbas, ett slags implicit nätverk av föreställningar och sociala och kulturella traditioner som styr lärares och elevers handlande och förväntningar. Individrelaterade begrepp som *habitus* och *tyst kunskap* har av andra använts för att förklara denna typ av kunskap³. Den tysta kunskapen är kort sagt att förlikna vid allt det individer observerar och tillägnar sig utan att vanligen reflektera över eller alltid ens kunna redogöra för.

Traditioner, tagna för givet, i undervisningen, föreställningar av typen ”så här har vi alltid gjort”, alla mer eller mindre rutiniserade arbetssätt, aktiviteter och utvärderingsmodeller, kan således uppfattas som en del av en sådan tyst kunskapsbas. Bruner (2002, 139) kallar de sedvänjor som utvecklas i undervisningen för *kulturellt kanoniserade*, medan Bauersfeld (1988, 35) beskriver dylika aktivitetsmönster som (matematik)undervisningens *grundläggande abc* (underlying grammar). Enligt Bauersfeld ser det för en utomstående betraktare i klassrummet ut som om lärare och elever skulle följa normer och överenskommelser som de själva kanske inte ens är medvetna om. Brousseaus begrepp för att beskriva fenomenet är *didaktiskt kontrakt* (Brousseau, 1984).

Förändring av en undervisningskultur

Stigler och Hiebert (1999) anser att samarbete mellan lärare skulle kunna vara en möjlig nyckel till förändring av det kulturella manuskriptet. Med hjälp av sociala processer som synliggör och kritiskt granskar den tysta kunskapen skulle en långsiktig och medveten utveckling av undervisningspraxis kunna möjliggöras. Stigler och Hiebert pekar vidare på det faktum att utifrån kommande förändringspropåer och teorier sällan leder till reformering av undervisningen så som önskat. Ett skäl till detta kan vara att ingen omvandling skett i den personliga undervisningsideologin, dvs. i föreställningar om matematisk kunskap, undervisning och lärande, hos de lärare som förväntas stöda och genomföra förändringarna på skolnivån (Cooney & Shealy, 1997). För en lärare

³ Begreppet *habitus* introducerades av sociologen Pierre Bourdieu medan begreppet *tyst kunskap* kan härledas till filosofen Michael Polanyi. Enligt Broady (1991, 225) avsåg Bourdieu med *habitus* ett system av gränser eller dispositioner ”som tillåter människor att handla, tänka och orientera sig i den sociala världen. Detta system av dispositioner är resultatet av sociala erfarenheter, kollektiva minnen, sätt att röra sig och tänka som ristats in i människors kroppar och sinnen. /.../ människors *habitus*, som formats av det liv de dittills levt, styr deras föreställningar och praktiker och bidrar därmed till att den sociala världen återskapas eller ibland – nämligen i händelse av bristande överensstämmelse mellan människors *habitus* och den sociala världen – förändras”.

kan utifrån kommande teoretiska generaliseringar beträffande undervisning snarare förstärka en känsla av kraftlöshet. Lärarens röst hörs inte i dessa generaliseringar. Någon annan, en auktoritet utanför läraren, tycks veta bättre än läraren själv hur lärarens undervisningspraxis borde vara utformad. Samtidigt lämnar denna auktoritet över till läraren det svåra arbetet att knyta samman den teoretiska kunskapen med förändringar i praxis (Elliott, 1991, 45–46). Enligt Cooney och Shealy (1997, 104–106) borde både lärares egen utveckling och utvecklingen av skolmatematiken uppfattas som system där man värdesätter alternativa perspektiv.

Skolbaserad kollaborativ aktionsforskning, som tillerkänner läraren rollen som expert och auktoritet beträffande sin unika undervisningskontext, har visat sig vara en möjlig form för en sådan utvecklingsprocess som såväl Stigler och Hiebert som Cooney och Shealy föreslår (Raymond & Leinenbach, 2000). I skolbaserad kollaborativ aktionsforskning är forskningens främsta syfte att utveckla den lokala undervisningspraxisen, inte att producera objektiv och generaliserbar kunskap i traditionell vetenskaplig bemärkelse.

Då en lärare ger sig in i en förändringsprocess genom aktionsforskning är det enligt Raymond och Leinenbach (2000) i allmänhet därför att läraren mött dilemman som upplevs som kritiska för den egna utvecklingen och att läraren därför blivit öppen för förändring. Den personliga undervisningsideologin har av någon orsak kommit i gungning. De invanda rutinerna uppfattas inte längre som tillräckliga och läraren är därför motiverad att ställa upp nya mål för sitt arbete och att se sig om efter stöd för nya rutiner och arbetsmetoder. Det har kanske blivit ”en bristande överensstämmelse mellan lärarens habitus och den sociala världen”, en situation som Broady, med hänvisning till Bourdieu, beskriver som grund för förändring (Broady, 1991, 225).

Förändring med stöd av aktionsforskning – exemplet PUMA

Inom PUMA - projektet var lärarnas syfte med den kollaborativa aktionsforskningen att förändra matematikundervisningen i årskurserna 7–9 i enlighet med en socialt konstruktivistisk epistemologi (se till exempel Björkqvist, 1993; Cobb, 1996). Lärarna omfattade alltså på en principiell nivå konstruktivismens grundläggande antagande om att kunskap uppfattas som rätt eller fel i ljuset av individens kunnande och föreställningar. Detta antagande är centralt för att en grundläggande förändring i hur matematikundervisningen genomförs överhuvudtaget skall vara möjlig (Cooney & Shealy, 1991, 104). Lärarna ansåg även att utvecklingen av nya utvärderingsformer skulle kunna stöda utvecklingen av undervisningen och elevernas lärande på längre sikt. Vidare betonade de att läraren skulle tala mindre i klassen och i stället ge mer utrymme för elevernas röster. Ytterligare mål för förändringsarbetet var mindre enskilt räknande, större

betoning på induktiva arbetssätt, mer problemlösning och projektarbeten i undervisningen, samt ett ökat elevansvar för lärandet.

Aktionsforskningen inom PUMA följde en spiralformad modell inom vilken lärarna först planerade gemensamt för förändringar. Sedan förverkligade lärarna de överenskomna förändringarna parallellt med enskild reflektion, för att sedan igen komma samman för kollektiv reflektion och ny planering (se Carr & Kemmis, 1983/1994; Elliott, 1991). Sex lärare deltog i PUMA under det första av sammanlagt tre projektår. En av lärarna övergick under den första hösten till andra uppgifter och deltog därför endast i projektets första sammankomst samt i de intervjuer som gjordes med lärarna i december-januari det första projektåret. Lärarintervjuerna är grunden för den framställning som följer nedan.

Utveckling av utvärderingen var ett av PUMA - projektets viktigaste syften. Därför var det heller igen överraskning att lärarna så starkt föreställde sig nya former av prov, problemlösning, projektarbeten och hemuppgifter som viktiga "redskap" i sin strävan att påverka elevernas lärande och studievanor. Lärarna trodde på ett självklart samband mellan utvärdering och lärande och var därför övertygade om möjligheten att styra både elevernas lärande och utvecklingen av undervisningspraxisen på lång sikt via att förändra utvärderingen. Lärarna föreställde sig att nya utvärderingsrutiner skulle kunna ge en spridningseffekt och förmå dem att omvärdera sina arbetssätt i klassen. Övertygelsen var förankrad i föreställningen om att elevers inlärningsmotivation är pragmatiskt rationell till sin natur och, för de mer erfarna lärarna, i insikter från lärarkarriären: elever är mer beredda att anstränga sig inför sådant de vet eller känner på sig att de har nytta av i olika typer av utvärderingssituationer. "Säger man att det är det här som kommer i provet, hurudan form provet än har, då är det detta de lär sig. Det är så de funkar", konstaterar en av lärarna i intervjun. Lärarnas föreställning om elevernas förhållningssätt får stöd av "beliefs"-forskning (se t.ex. Kloosterman, 2002) medan annan forskning har kunnat bekräfta att ändringar i utvärderingspolicy kan få en effekt på lärares undervisningspraxis åtminstone då policyn är förankrad på statlig nivå, till exempel i form av nationella prov (Clarke & Stephens, 1996).

Lärarna var således relativt eniga om de nya utvärderingsformernas livskraft, de hade enligt en av lärarna "fått det starkaste fotfästet". Samtidigt var flera lärare uppenbart kritiska till ett utvärderingssystem som ansågs omfattande och tidskrävande för både dem själva och eleverna och som även kunde innebära svårigheter att bedöma elevens lärande på ett rättvist sätt. Exempelvis såg man ett dilemma i att använda projektarbeten som grund för utvärdering eftersom man inte kunde vara helt säker på hur stor andel av arbetet en enskild elev stått för.

Det fanns en tendens hos lärarna att föreställa sig ”de nya” undervisningsrutinerna som bitar åtskilda från ”den vanliga” undervisningen och som stundtals störande för kunskapsutvecklingen. I lärarnas föreställningsvärld levde två i grunden olika typer av matematikundervisning sida vid sida: å ena sidan den undervisning som uppfattades som ”PUMA-undervisning” inklusive det nya utvärderingssystemet, å andra sidan lärarens normala, traditionella utvärdering och arbetsmetoder med sedvanlig ”frontal undervisning”, lärandeinhåll och rutiner. Den här polariseringen syns nedan där läraren Kaj hänvisar till de nya rutinerna som ”det andra” i motsats ”det normala”. Kaj beskriver risken för en undervisning som hoppar av och an mellan något normalt och sammanhängande och något sönderbrytande, uppsjälkande och splittrande vars effekter på elevernas lärande han under intervjun uttrycker en viss ambivalens inför.

Kaj: ”... om man nu ser månadsproblem, vi har projekt och så satsar vi på huvudräkning, man måste vara lite försiktig att man inte splittrar de normala temahelheterna heller, så att de ramlar sönder via allt det här andra”.

Ann-Sofi: ”Kan du definiera vad du menar med normal temahelhet?”

Kaj: ”Om vi nu tar procenträkning och håller på med det, och så mitt under det så hoppar du ut och gör något annat ... då bryter du ju sönder eller spjälkar upp ... man får inte splittra det för mycket.

Tidigare under intervjun lyfte Kaj fram risken för att de nya undervisningsrutinerna skulle visa sig vara negativa för lågpresterande elever. ”Normal” undervisning med en starkare fokus på träning av basfärdigheter skulle nog ändå trots allt främja deras lärande i högre grad än ”allt det här andra”. Denna föreställning var relativt allmän bland lärarna. Man uppfattade att de högpresterande eleverna klarade sig bra inom all slags undervisning. Lärarna ansåg att just dessa elevers tänkande och kunnande dessutom fått en rejäl skjuts framåt av projektarbeten, problemlösning och matematiska diskussioner, medan vissa elever sackade efter därför att läraren inte hade tid att ge dem det personliga stöd och den ”lotsning” och ”guidning” som skulle behövas. I en klass med många ”svaga” elever kan situationen vara den motsatta så att de ”starka” eleverna lider därför att de ”svaga” kräver lärarens uppmärksamhet. De flesta lärare föreställde sig att uppdelning av eleverna enligt förmåga som en möjlig lösning på dilemmat. Projektarbeten och problemlösningssuppgifter kunde vara av olika typer, exempelvis med träning av basfärdigheter eller med fokus på mönster och samband. Eleverna skulle i så fall kunna styras till lämplig typ av uppgift.

Samtidigt som lärarna talade om behovet att leda elever steg för steg och uttryckte en viss tveksamhet till ifall den positiva effekten av mera samtal i klassen skulle utsträcka sig till alla elever, så var de ändå i princip eniga om att diskussioner stöder lärandet. Flera lärare uttryckte också en stark

tillfredsställelse över att ha gett eleverna mer tanketid och möjlighet att förklara sina matematiska idéer. En ny chans att lyckas hade getts speciellt de pratglada, innovativa och aktiva pojkar, vars resultat i traditionella prov inte brukar vara så strålande. Men tillfredsställelsen grumlades ändå av en känsla av att inte förmå fånga och uppehålla alla elevers intresse för matematiska diskussioner. I intervjun beskriver läraren Tom sina ibland fruktlösa försök att få eleverna att bli aktivare och mer ansvarsfulla. Tom pekar på hur väven av ömsesidiga förväntningarna på hur matematikundervisningen borde gestalta sig bildar ett starkt och konserverande mönster han haft mycket svårt att bryta. Enligt Tom var det ”fruktansvärt svårt att bryta det där mönstret, det var otroligt mycket svårare än jag trodde”. Då Tom slappnade av så var han snabbt tillbaka i sin ”gamla modell” och då ”började eleverna se välmående ut” eftersom Toms agerande i klassen då liknade det eleverna var vana med.

Alla lärare, men framförallt de yngre lärarna, noterade det kollegiala samarbetet som den mest värdefulla dimensionen av aktionsforskningen. Aktionsforskningen fungerade som en slags kognitiv plattform där lärarna fick det stöd som behövdes för att, så som en lärare säger i intervjun, ”formulera saker som tankar som man annars inte skulle göra, utan gå på...”. Annars skulle man, som en lärare framhåller, kanske ”välja den enklare vägen”. Lärarnas kommentarer pekar på både reflektionens och berättelsens roll för lärarens eget lärande samt på den effekt som jag skulle beskriva som *inzoomningseffekten*: vetskapen om att aktionsforskningsträffar med förbestämda teman fanns inbokade gjorde lärarna känsligare och mer medvetna om vad som hände i klassen.

Reflektion, som sker i social interaktion och i en sfär av samförstånd med andra inom samma språkliga och upplevelsemässiga ram, kan antas utgöra en god grund för den ideologiska förändringsprocessen. För inte så länge sedan var det till exempel knappast någon som uppfattade att användning av begreppet inlärning kunde avslöja något om personens undervisningsideologi. Individens kognitiva utveckling stod då i fokus. Men som resultat av forskningens och undervisningens så kallade sociala vändning är numera begreppet lärande ett medvetet val för många. Genom att tala om lärande hellre än inlärning vill användaren uttrycka att det kulturella manuskriptet betonar ömsesidighet och erfarenhetsaspekter framom individualitet i undervisningen.

I lärarintervjuerna hittade jag metaforer som uttryckte lärarnas epistemologiska föreställningar. Av dessa citeras och diskuteras några i följande framställning.

Metaforer i lärarnas berättelser

Metaforer kan ses som språkliga uttryck för de egenskaper som vi projicerar på det betraktade i relation till hur vi själva fungerar beträffande det vi betraktar (Lakoff & Johnson, 1980, 161). Till exempel metaforen *undervisning som*

mönster, som framkom i intervjun med Tom, kan visa på föreställningen om att det är möjligt att urskilja rutiner, aktiviteter och beteenden som rättar sig efter mönstret. En oklar bild av mönstret innebär att läraren ”famplar sig fram” och ”prövar sig fram i blindo”. Lärarens känsla för hur han lyckas som lärare kan således genom *undervisning som mönster* - metaforen knyts såväl till undervisningsmönstrets kvalitet och synen att det existerar objektivt goda eller mindre goda undervisningsrutiner eller strukturer, som till lärarens subjektivt definierade förmåga att följa mönstret.

Man kan även säga att metaforer strukturerar människans tänkande om det som betraktas (i vid mening) och att de därför fungerar som en lins, ett tankeschema eller en ideologisk form för föreställningar och sedvänjor (se till exempel Mellin-Olsen, 1991). Metaforen *elever som spelpjäser* kan exempelvis antas strukturera lärarens föreställningar på ett annat sätt än metaforen *elever som medspelare*. Människan betraktar världen (i vid mening) genom den bild som metaforen innehåller. Man kan således påstå att de metaforer läraren använder för att beskriva sin professionella verklighet samtidigt synliggör, eller fungerar som ett fönster in till lärarens personliga undervisningsideologi. Precis som ett fönster kan metaforer både skydda och avslöja. De skyddar därför att de i allmänhet är så inrotade i språkbruket. Det är först då vi ”ser” dem och reflekterar över dem som vi kan analysera vilket inflytande de har på vårt tänkande och vad ett metaforbyte kan innebära i ideologiskt avseende.

De metaforiska uttrycken undervisning är att ”koppla på elevernas hjärnor” respektive läraren har ansvar för att ”gå in och justera” elevernas kunskapsutveckling, som båda framkom i intervjuerna, kan återföras på en föreställning om *medvetandet som en maskin* och att individers tänkande är möjligt att förändra genom yttre åtgärder. Kunskapsutvecklingen är möjlig att reglera så som man styr strömtillförseln till en maskin. Föreställningen gör det legitimt att vid behov använda en ”blame the victim”-logik. Man kan peka på att maskinen har brister, att den var av dålig kvalitet från första början eller att strömtillförseln är svag. Upplevda svagheter och misslyckanden relateras lättare till brister hos individen eller omgivningen än till relationen mellan individ och omgivning. En liknande föreställning om kunskapsutveckling kan skönjas bakom en lärares önskan om ”mera teoretisk väggkost”. Föreställningen är att den kunskap, som läraren behöver av för att omvandlas till en effektivare matematiklärare, finns att hämta någonstans utanför läraren själv. *Kunskapen är saker* utanför eller innanför den lärandes medvetande.

Ur ”väggkost” - metaforen kan även urskiljas föreställningen om *läraren som en vandrare eller resenär* vars professionella utveckling kan bli en tärande resa där den ena undervisningsidén efter den andra förbrukas på vägen. Läraren ”tömmer sitt register” och riskerar ”köra fast” under resans gång. Då idéerna

sinar måste läraren se sig om efter påfyllning från någon utomstående källa eller ”ta den enklaste vägen” och följa det invanda undervisningsmönstret, ”köra enligt det man tror på”, även om han skulle vilja ”hitta vägar ur det”. Även i konstaterandena, ”man vill utvecklas och inte gå i gamla hjulspår” dyker synen på läraren som en resenär upp. Då läraren rör sig längs ”gamla hjulspår”, ”tar den enklaste vägen” eller ”följer strömmen”, så betyder det en professionell stagnation och en rutinisering av lektionsaktiviteterna: ”man går och river av något som man gjort 5 gånger tidigare” fast man hellre skulle vilja ”köra en bättre grej”. Utveckling innebär att man ”inte stampar på stället”. Läraren kan variera resan genom att ”hålla ett högre tempo” fast det kan i sin tur betyda att vissa elever ”hamnar på efterkälken”. Läraren kan också låta eleverna ”bestämma takten”. Under resans gång kan läraren ”lyfta eleverna” till nya kunskapsnivåer, ge dem ”verktyg”, fylla deras ”vita fläckar” eller ”hål”, leda dem ”steg för steg”, ”dra dem framåt” eller ”gå bakom och pusha”.

Två epistemologiska djupmetaforer kunde utkristalliseras ur lärarintervjuerna och ur de metaforiska uttryck om matematikundervisning i förändring som lärarna använde: *transportmetaforen: undervisning är en transport längs spår* och *behållarmetaforen: matematiska idéer är saker som lagras upp i behållare*. Jag beskriver djupmetaforerna i formen av en allegori, en symbolisk bild av matematikundervisning i form av en konstruerad berättelse (se Hellspång, 2006). I allegorin placerar jag in några fönster till lärarnas egna berättelser i form av intervjuцитat. Det är skäl att anmärka att jag med djupmetaforerna och allegorin inte gör anspråk på att förmedla en objektiv eller uttömmande bild av lärarnas föreställningar.

Transportmetaforen i fokus: Matematikläraren är ansvarig för att transportera varje elev genom lektioner och läsår, från en skola till en annan eller från skolan ut i livet. Under transporten väljer läraren olika typer av uppgifter, aktiviteter, rutiner och arbetssätt, läraren följer olika undervisningsspår, för att hjälpa eleven bygga upp en bestämd mängd och typ av matematisk kunskap. Elevens medvetande fungerar som en behållare för denna kunskap. Läraren förväntas ändra undervisningsspår, följa flera spår parallellt, snabba upp eller sakta ner transporten i enlighet med elevens behov och den sociala situationen i klassen. En del av eleverna är ivriga på att följa läraren längs mer krävande undervisningsspår, medan andra elever måste skuffas, dras eller ledas framåt längs spåret. Dessa elever har kanske ett annat mål för transporten än vad läraren har. De matematiska idéerna lagras på olika sätt och med olika sammansättning beroende på typen av undervisningsspår som följs. Då läraren utvecklar undervisningen kan det betyda att eleven själv får medverka aktivare för att komma underfund med vilka idéer som läraren tänkt att elevens behållare skall innehålla. På så sätt kan eleverna bli bättre på att sköta lagrandet på egen hand.

”Nya metoder ... som till exempel induktiv metod, att man ser till att eleverna får upptäcka det nya, att man resonerar fram det, att man ser till att det är eleverna som kläcker det hela ... de får mindre luckor ... och sedan kanske en matematisk blick”. (Per)

Det kan också förekomma en viss underhandling mellan läraren och eleven beträffande såväl mängden och sammansättningen på idéerna som farten på transporten.

”Matematikundervisningen borde bli mera elevvänlig, jag menar på det sättet att matematiken är mer nyttig, alltså den matematik som de möter på. Också mera på det sättet att det är eleverna som ganska mycket bestämmer takten och vad vi skall göra. Jag tror att de gärna vill variera arbetssättet, det gör den mera elevvänlig, mot att ha varit ensidig.” (Ove)

Men det är ändå läraren som har sista ordet då de matematiska idéerna väljs ut. Det är också läraren som har ansvar för att öppna alla enskilda behållare och koppla dem till transportsystemet.

”Jag försöker genomgående få eleverna att koppla in hjärnan, att tänka själva, men det lyckas ju inte alltid, i synnerhet inte med alla ... det effektivaste sättet att sätta igång tankeverksamheten på någon uppgift är om man har chans att gå runt i klassen och hjälpa.” (Kaj)

Behållarmetaforen i fokus: Det är i sista hand läraren som besluter om vilket innehåll varje enskild behållare borde ha då den överlämnas till nästa skede av transporten. Då läraren fattar strategiska beslut om transporten och spåret, så är det en fördel om han vet under vilka omständigheter eleven kommer att behöva de matematiska idéer som lagras. Det är också en fördel om läraren vet hur kan skall justera transporten och vilket spår han skall välja för att det skall passa en viss behållartyp. Vissa behållare rymmer begränsat med idéer och kan inte fyllas på så snabbt, medan andra har hål så att idéerna rinner ut. I det skede då eleverna skall transporteras till nästa skede i skolsystemet eller ut i livet så borde ändå varje enskild behållare vara så rikhaltig som möjligt och innehålla just de ”matematiska redskap som behövs för att klara sig framåt i livet” (Ove). Till exempel måste elever som skall transporteras till olika skolor vara försedd med olika uppsättning idéer, dessutom måste eleven kunna vissa av de saker som finns i behållaren utantill, annars kommer han att få problem sedan då han skall fortsätta fylla behållaren med ännu viktigare saker. Eleven kan inte veta vilka nya idéer som är viktiga om han inte är väl förtrogen med dem han redan har. Alla elever skall faktiskt ha lite extra idéer lagrade i sina behållare, för säkerhets skull, de kan ju behövas senare. Om idéerna finns lagrade och eleven dessutom vet om att de existerar, så är det lätt för eleven att ta fram dem då de behövs.

”Därför borde man kräva att de flesta lär sig mer än de kanske egentligen behöver trots allt”. (Alf)

På vissa spår erbjuds eleven att ta ansvar för att fylla sin egen behållare och också att besluta om innehållet både i sin egen och i sina vänners behållare. ”Jag uppmanar hela tiden eleverna att diskutera med varandra, hjälpa varandra, de ska ta ansvar för varandra, jag är till och med arg och sur på den som inte tar ansvar för kompiserna”. (Ove) Men om läraren inte står bredvid och pekar ut vad som är viktigt känner inte eleven alltid motivation eller intresse av att anta erbjudandet. ”Jag sade, läs sidorna de och de, gå igenom speciellt exemplen de och de och lös uppgifterna på basen av de här exemplen. Ingen hade kunnat det ... de hade suttit där en lektion och inte åstadkommit någonting ... det tycker jag är bedrövligt”. (Tom)

Några avslutande kommentarer

I mitt bidrag till festskriften har jag lyft fram att kunskap om matematikundervisningens traditioner är svåråtkomlig, den är ”tyst” och ”inristad i kroppar och sinnen”. Man brukar även tala om att kunskap sitter ”i väggarna”, om ”skolkod” och ”skolkultur”. Den ingår i landets seder och bruk, i skolans och klassrummets konventioner. Den hittas i läroplanens formuleringar och i tidningsspalternas utbildningsdiskussioner. Den sitter i de sociala normerna, i synen på vad matematik är, i aktiviteter och arbetssätt, i antaganden, krav och förväntningar. Den finns i form av föreställningar som framkommer i metaforiska uttryck i språket.

Vidare har jag med mitt bidrag pekat på att förändringsprocesser i undervisningen måste betraktas i relation till ömsesidigheten mellan matematikundervisningens traditioner och lärarens föreställningar. En nödvändig grund för förändring av matematikundervisningen är mot den bakgrunden att den enskilde lärarens föreställningar om undervisning förändras. Men denna grund är ändå inte tillräcklig. För läraren blir traditionen lätt den trygghet läraren går tillbaka till för att klara av de motsättningar och dilemman som dyker upp då han börjar genomföra ändringar i undervisningen. Efter att ha följt en högstadielärares arbete ett helt år skriver till exempel Gregg (1995, 464) att ”teachers and students may be 'trapped' by the taken-as-shared beliefs and practices of the tradition”. Läraren Tom beskriver i intervjun hur han ”satt fast i mönster” och kämpade för att komma loss ur sina gamla undervisningsvanor som stöddes av elevernas förväntningar. Såväl Greggs forskningsresultat som Toms beskrivning, belyser det dilemma som synliggörandet av den tysta kunskapen och förändring av det kulturella manuskriptet innebär för den enskilde läraren. Kärnan i dilemmat är att läraren betraktar undervisningen genom de metaforer som upprätthåller traditionen. Å ena sidan är synliggörandet av metaforerna en nödvändig process för att läraren skall kunna komma loss ur traditionen. Å andra

sidan kräver processen för att alls komma igång att läraren redan har avslöjat det kulturella manuskriptet, dvs. föreställningar, förväntningar, normer och värderingar som upprätthåller metaforerna. Mot den bakgrunden kan vi bättre förstå varför Elliott (1991, 48) hävdar att “the major problem any cultural innovation ‘from within’ faces is the failure of the innovators to free themselves from the fundamental beliefs and values embedded in the culture they want to change”. Vi kan också förstå varför det finns motsättningar mellan den epistemologiska övertygelse PUMA - lärarna uttryckte i sina i principiella ställningstaganden beträffande undervisning och de föreställningar som framkommer i de språkliga metaforer lärarna använde för att beskriva undervisning. Att se undervisning som ett mönster implicerar till exempel föreställningen att det existerar i traditionell vetenskaplig bemärkelse objektiva goda eller mindre goda undervisningsrutiner vilket kan antas strida mot konstruktivismens syn på kunskap som rätt eller fel i ljuset av individens kunnande och föreställningar.

PUMA är ett exempel på att kollaborativ aktionsforskning kan bli den stödplattform som en lärare behöver för att lära och utvecklas (D’Ambrosio, 1998). Samarbetet med andra underlättar synliggörandet och förståelsen av den tysta kunskapen så att läraren kan stiga utanför och kritiskt betrakta den trygga, men kanske otillfredsställande ram som traditionen innebär och påbörja ett medvetet utvecklingsarbete inom vilket nya traditioner kan växa fram. En väsentlig dimension i denna stödplattform är där lärares föreställningar om undervisning bryts mot varandra. ”Any story one may tell about anything is better understood by considering other possible ways in which it can be told” (Bruner, 1987/2004).

Referenser

- Bauersfeld, H. (1988). Interaction, construction, and knowledge: Alternative perspectives for mathematics education. In D. A. Grouws, T. J. Cooney & D. Jones (Eds.) *Effective mathematics teaching*, 27–46. Reston: NCTM.
- Björkqvist, O. (1993). Social konstruktivism som grund för matematikundervisning. *Nordisk matematikdidaktik*, 1(1), 8–17.
- Bodin, A. & Capponi, B. (1996). Junior secondary school practices. In A. J. Bishop et al. (Eds.) *International Handbook of Mathematics Education*, 565–614. London: Kluwer Academic Press.
- Brousseau, G. (1984). The crucial role of the didactical contract in the analysis and construction of situations in teaching and learning of mathematics. In H. G. Steiner, N. Balacheff, J. Mason, H. Steinbring, L. P. Steffe, G. Brousseau, G. T. Cooney & B. Christiansen (Eds.) *Theory of mathematics education. Occasional paper 54*. Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.
- Broadly, D. (1991). *Sociologi och epistemologi. Om Pierre Bourdieus författarskap och den historiska epistemologin*. Stockholm: HLS Förlag.

- Bruner, J. (2002). *Kulturens väv. Utbildning i kulturpsykologisk belysning*. Göteborg: Daidalos.
- Bruner, J. (1987/2004). Life as narrative. Tillgänglig 15.6.2006
http://www.findarticles.com/p/articles/mi_m2267/is_3_71/ai_n6364150/print.
 (Tidigare utgiven i *Social Research*, 54(1), 1987).
- Carr, W. & Kemmis, S. (1983/1994). *Becoming critical. Education, knowledge and action research*. Geelong: Deakin University Press.
- Clarke, D. & Stephens, W. M. (1996). The Ripple Effect: The instructional impact of the systemic introduction of performance assessment in mathematics. In M. Birembam & F. Dochy (Eds.) *Alternatives in assessment of achievements, learning processes and prior knowledge*, 63–92. Dordrecht: Kluwer
- Cobb, P. (1996). Where is the Mind? A coordination of sociocultural and cognitive constructivist perspectives. In C. T. Fosnot (Ed.) *Constructivism: Theory, perspectives and practice*, 34–52. London: Teachers College Press.
- Cooney, T. J. & Shealy, B. E. (1997). On understanding the structure of teachers' beliefs and their relationship to change. In E. Fennema & B. Scott Nelson (Eds.) *Mathematics teachers in transition*, 87–109. Mahwah: Lawrence Erlbaum.
- D'Ambrosio, B. (1998). Using research as a stimulus for learning. In A. Teppo (Ed.) *Qualitative Research Methods in Mathematics Education. Monograph Number 9*, 144–155. Reston: NCTM.
- Elliott, J. (1991). *Action research for educational change*. Philadelphia: Open University Press.
- Gregg, J. (1995). The tensions and contradictions of the school mathematics traditions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(5), 442–466.
- Hellspong, L. (2006). *Metaforanalys*. Tillgänglig 13.06.2006:
<http://www.studentlitteratur.se/files/sites/metoder7556/manalys.pdf>.
- Kloosterman, P. (2002). Beliefs about mathematics and mathematics learning in the secondary school: Measurement and implications for motivation. In G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Eds.) *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?*, 247–269. London: Kluwer.
- Lakoff, G. & Johnson, M. (1980). *Metaphors we live by*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Mellin-Olsen, S. (1991). *Hvordan tenker lærere om matematikundervisning?* Landås: Bergen Lærerhøgskole.
- Raymond, A. M. & Leinenbach, M. (2000). Collaborative action research on the learning and teaching of algebra: A story of one mathematics teacher's development. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 283–307.
- Romberg, T. A. & Kaput, J. J. (1999). Mathematics worth teaching, mathematics worth understanding. In E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.) *Mathematics that promote understanding*, 3–17. Mahwah: Lawrence Erlbaum.

Røj-Lindberg, A-S. (1999). *Läromedel och undervisning i matematik på högstadiet. En kartläggning av läget i Svenskfinland*. Vasa: Svenskfinlands läromedelscenter.

Smith, J. P. (1996). Efficacy and teaching mathematics by telling: A challenge for reform. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 387–402.