

## *Tradition, attityd och kultur i matematikundervisningen*

*Ann-Sofi Røj-Lindberg*

Jag har under de senaste åren läst litteratur och forskningsrapporter som granskar matematikundervisningen på grundskolenivå ur olika synvinklar. I många rapporter beskrivs undervisningen som traditionell och i behov av förändringar. Det yttersta syftet med de eftersträvade förändringarna är i allmänhet att undervisningen skall ändra skepnad så att eleverna lär sig mera matematik på ett meningsfullare sätt och att de får en grundligare förståelse för det de lär sig.

*Men vad är det som avses med "tradition" och "traditionell" då man syftar på egenskaper hos matematikundervisningen? Den frågan skall jag reflektera kring i följande text.*

Jag inleder utredningen med något så prosaiskt som att titta i synonymordboken. Där hittar jag en verkligt lång rad med synonymer för begreppen tradition och traditionell.

Det "traditionella" kan, enligt ordboken, innebära något som är nedärvt, härdvunnet, fäderneärvt, (sed)vanligt, traditionsenligt, invariant, inrotat, brukligt, vedertaget, (ur)gammalt eller något som är konventionellt. "Konventionell" i sin tur beskriver att något (igen enligt ordboken) är en "oskriven men allmänt omfattad social regel för hur personer (ytligt sett) bör bete sig; ofta med negativ värdering". I ordboken ser jag ytterligare att en "tradition" är en "fast etablerad sedvänja (inom en grupp) som yttrar sig i (regelbundet) återkommande händelser med i stort sett oförändrad utformning".

Vad olika forskare avser med begreppet "traditionell matematikundervisning" är svårare att ringa in. Begreppet förekommer i allmänhet (men inte alltid) parallellt med kritik mot kvaliteten på den inläring som är resultat av undervisningsrutinerna. Det tycks också syfta på lärares och elevers aktiviteter i klassrummet och på aktiviteternas stabilitet över tid.

Det finns studier som beskriver hur lärare har gjort, ibland i samråd med forskaren, för att ändra sina traditionella undervisningsrutiner. Det australiensiska PEEL – projektet (PEEL = Project for Enhancing Effective Learning) kan tas som exempel på sådan forskning. Ett annat exempel är PUMA-projektet (PUMA = Process och utvärdering i Matematikundervisningen) som rapporterats i tidigare nummer av LInjalen.

I vissa studier jämförs aspekter av "traditionella" klassrum med "icke-traditionella" klassrum. Jo Boaler (1997) och Maria Luiza Cestari (1998) granskar och jämför undervisningen ur olika synvinklar i två typer av klassrum, dels klassrum där undervisningsansatsen beskrivs som traditionell och dels klassrum som har en matematiskt öppen (Boaler) respektive en konstruktivistisk undervisningsansats (Cestari). Cestari jämför den matematiska kommunikationen mellan lärare och elever i förskoleklassrum, medan Boalers forskning granskar hela den matematiska klassrumsmiljön i två högstadieskolor.

Till den här kategorin kan också räknas studier där undervisningstraditioner i olika länder jämförs. Det yttersta syftet med sådana studier är i allmänhet att undersöka hypoteser om varför elevprestationerna i ett land är bättre eller sämre än i ett annat land. Exempel på

sådana studier är den uppmärksammade forskning som presenterats av Stigler och Hiebert (1999) och Liping Ma (1999). I studierna använder forskarna amerikansk undervisningstradition som grund för jämförelser med tysk och japansk (Stigler och Hiebert) respektive kinesisk (Ma) undervisningstradition.

Ytterligare en kategori av forskning försöker förklara matematikundervisningens stabilitet och lägger fram möjliga skäl till att det är så svårt att förändra de traditionella undervisningsrutinerna. Till exempel Jeff Gregg (1995) följde en ny matematiklärare på högstadiet under ett läsår för att få reda på vad som ligger bakom "the durability and stability of the traditional teacher-dominated practices in the teaching of school mathematics"

*Preliminär definition av tradition i relation till matematikundervisning:*

Mot bakgrund av ovanstående ytliga utredning kan jag formulera en preliminär definition av "traditionell matematikundervisning": *Med traditionell matematikundervisning avses fenomen som är stabilt inrotade i klassrummet och som eventuellt kan leda till problem för elevernas effektiva och meningsfulla lärande.*

Låt mig sedan fortsätta utredningsarbetet med att se på hur några forskare beskriver traditionerna. Vad är det som händer i ett klassrum där matematikundervisningen är traditionell? Jag skall dock börja med att ge ordet åt Kajsa, en finlandssvensk elev i åttan, och låta beskriva hur en matematiklektion såg ut i mitten av 1990-talet i hennes klass. Kajsa anser att lektionen var "typisk". Enligt henne innehöll lektionen samma skeden och typer av aktiviteter som de flesta andra matematiklektioner hon varit med om på högstadiet.

Vi gick igenom några exempel och sedan fick vi räkna i boken några uppgifter. Några elever fick först gå upp och räkna några gamla uppgifter, läxan, på tavlan. Sedan rättade läraren uppgifterna och vi funderade tillsammans. Läraren sade varför det blev så och berättade tills alla förstod. Vi gick sedan igenom några exempel med multiplikation och division med bråk. Då skrev läraren uppgifter på tavlan och så tog han upp olika personer som fick berätta hur man gjorde. Till sist fick vi räkna några uppgifter i boken medan läraren gick runt och hjälpte dem som markerade, som hade något oklart.

Romberg och Carpenter (1986) beskriver det dominerande undervisningsmönstret i matematik som

extensive teacher-directed explanation and questioning followed by student seat-work on paper-and-pencil assignments (s. 850)

och citerar vidare en klassrumsforskarens beskrivning av hur matematiklektioner gick till i USA på 1970-talet (min översättning):

Först gavs svar på hemläxan från föregående lektion. De svåraste problemen utfördes på tavlan av läraren eller av en elev. En kort förklaring gavs av det nya materialet, ibland gavs ingen förklaring alls. Eleverna fick sedan några problem att lösa. Resten av lektionen arbetade eleverna med problemen medan läraren gick omkring i klassen och besvarade frågor. Det mest anmärkningsvärda med matematiklektionerna var repetitionen av denna rutin (s. 851)

Bodin och Cappioni (1996) jämförde matematikklassrum i tolv länder spridda över hela världen. Deras konklusion är att matematikundervisningen är väldigt lika i alla länder. De

påstår att den generella undervisningstraditionen följer följande mönster (min översättning från engelska):

Eleverna kommer in i klassrummet och sätter sig. Läraren inleder sedan med att gå igenom hemuppgifterna. Det gör han eller hon ofta genom att först låta några elever räkna hemuppgifterna på tavlan. Sedan kommenterar och korrigerar läraren uppgifterna. Resten av lektionen ”förklaras för tavlan”, dvs. läraren skriver på tavlan och eleverna skriver av reglerna och de lösta exemplen i sina häften. Efter genomgången på tavlan arbetar eleverna individuellt med några uppgifter en stund, sedan skickar läraren kanske en elev till tavlan för att lösa någon uppgift. Uppgiften kommenteras och korrigeras av läraren. I slutet av lektionen ger läraren några nya övningar som hemuppgifter eller ber eleverna färdigställa de uppgifter de börjat lösa i klassen.

Fennema och Romberg (1999) beskriver en traditionell matematiklektion som tre-delad:

[...] an initial segment where the previous day's work is corrected. Next, the teacher presents the new material often working one or two new problems followed by a few students working similar problems at the chalkboard. The final segment involves students working on assignments for the following day. (s. 4)

En liknande tredelning, men med avseende på lektionsaktiviteterna, kunde Stigler och Hiebert (1999) hitta då de inom ramen för TIMSS Video Study (TIMSS = Third International Science and Mathematics Study) gjorde en granskning av aktiviteterna inom 231 matematiklektioner som hade videofilmats i åttondeklasser i USA, Japan och Tyskland. De tre generella typer av aktiviteter Stigler och Hiebert såg i alla tre länderna var följande: att klassen repeterar tidigare material, att läraren presenterar ett eller flera problem och att eleverna löser problem individuellt eller i grupp.

Exemplen ovan visar att det tycks finnas undervisningstraditioner i matematik som ytligt sett är stabila både över tid och mellan länder. De undervisningsrutiner som Romberg och Carpenter respektive Bodin och Cappioni beskriver, skiljer sig inte mycket från Kajsas berättelse. En naturlig följdfråga på detta konstaterande blir:

*Vad är det som upprätthåller traditionen och gör den ”traditionella matematikundervisningen” svår att förändra?*

En förklaring till de stabila undervisningstraditionerna kan eventuellt hittas i lärares, elevers och hela samhällets ”traditionella attityder”. Sådana attityder kan synliggöras först då forskarna börjar granska matematikklassrummens undervisningsmetoder och aktiviteter närmare. (Här vill jag poängtera att det jag här kallar ”attityder” i första hand är forsknings-teorier. Det är i allmänhet inte så att en lärare, en skola eller ett samhälle på ett medvetet bestämt sig för att ”jag/vi ser si och så på matematiken och på eleven och därför gör jag/vi si och så i klassen”). Förutom att attityder vanligen är implicita och låter sig fångas först då forskarna granskar undervisningstraditionerna i detalj, så anses de även vara svåra att förändra. Attitydernas förändringsobenägenhet kan alltså kasta ett förklarande ljus över varför undervisningen ofta går ganska opåverkad av reformförsök (se till exempel Sarason, 1991).

Black och Atkin (1996) beskriver kravet på attitydförändring som en reform medför ur lärarens synvinkel:

”to achieve it (new approaches to learning), teachers will have to ... *reconsider* themselves entirely; not only the structures of their materials and their classroom techniques, but even *their fundamental beliefs and attitudes concerning learning*” (s.63)

Attityderna presenteras ofta så att de sönderfaller i ytterlighetsgrupper, i dikotomier, och i system av attityder. Attityder som anses återspegla en ”traditionell” undervisningstradition jämförs med attityder som anses återspegla en ”reformerad” undervisningstradition.

En dikotomi av attityder är till exempel hur man förhåller sig till *matematik och matematiskt kunnande*. Är det mest väsentligt att eleven vet hur han skall lösa en uppgift korrekt, dvs. kan procedurerna som leder fram till ett bestämt svar, eller är det viktigare att eleven förstår den bakomliggande matematiska logiken för proceduren och kan förklara varför han valt att räkna på ett visst sätt?

En annan dikotomi gäller *matematikundervisningens grundprinciper*. Skall eleverna börja med att memorera basfakta och väsentliga procedurer och sedan öva mycket på rutinuppgifter innan de börjar använda procedurerna för att lösa svårare matematiska problem? Eller är övning av matematiska regler och rutiner så förknippat med problemlösning att aktiviteterna inte kan skiljas åt?

Ytterligare ett system av attityder gäller synen på *elevens kognitiva utveckling*. Skall orsakerna till dåliga prestationer sökas i elevens beteende eller intellektuella förmåga? Saknar en elev, som inte lär sig med de traditionella undervisningsmetoderna, matematisk fallenhet? Eller har eleven varit ouppmärksam och lat? Eller är förklaringen att lärarens sätt att undervisa inte har varit lämpligt för eleven? Är det ”lika barn leker bäst” som gäller, dvs. kräver effektiv matematikundervisning kognitivt homogena elevgrupper eller lär sig eleverna bäst i grupper med stor tankevariation?

Ännu en fjärde grupp av attityder speglar synen på *lärarens roll* i relation till matematikämnet. Är det läraren som skall vara den matematiska auktoriteten eller är det lärare och elever som tillsammans skall skapa en klassrumsatmosfär där man upptäcker och undersöker matematik?

Stigler och Hiebert (1999) är exempel på forskare som påstår att undervisningsmetoderna och aktiviteterna i ett klassrum är inneslutna i ett kulturellt system av ”nedärvd” kunskap och att detta kan vara skälet till att de är så stabila. Stigler och Heibert menar att

teaching, like other cultural activities, is learned through informal participation over long periods of time. It is something one learns to do more by growing up in a culture than by studying it formally [...] cultural activities are not invented full-blown but rather evolve over long periods of time in ways that are consistent with the stable web of beliefs and assumptions that are part of the culture. (s. 86)

Det ”nedärvda” bildar en form av gemensam kunskapsbas om matematikundervisning som ”finns i huvudet” på lärarna och på alla de som på ett eller annat sätt är involverade i matematikundervisningen i ett land, allt från lärare och elever till föräldrar, politiker och näringslivets folk. Stigler och Hiebert kallar den gemensamma kunskapsbasen för ett ”kulturellt manuskript” som styr både handlandet och förväntningarna.

In fact one of the reasons why classrooms run as smoothly as they do is that students and teachers have the same script in their heads: they know what to expect and what roles to play. (s. 86).

Stigler och Hiebert resonemang visar på sambandet mellan den kulturella makronivån som är ett lands seder och bruk för undervisning och utbildning, och den kulturella mikronivån som är klassrummets rutiner (här avser jag inte enbart en skola utan även alla andra "rum" där formell undervisning sker). Det sker en socialisation in i det egna kulturella systemet som gör de inblandade i stort sett omedvetna om (matematik)undervisningens vanligaste egenskaper och attityder. Man ser inte därför att man är "hemmablind". Om en variabel i systemet ändras, till exempel läroböckerna, så lappar systemet så att säga sig självt och neutraliserar förändringen. Det är först då man stiger utanför det egna kulturella ramen och kan spegla det egna kulturella systemet i ett annat, som de traditionella mönstren av egenskaper och attityder framträder. Det här steget är viktigt att ta, menar Stigler och Hiebert, om man vill få till stånd en förändring av undervisningstraditionen som är långsiktig och hållbar. Sedan måste man vara beredd på att ett kulturellt system inte kan förändras "i en handvändning" och genom att bara vissa variabler i systemet ändras (såsom problemlösningens och tillämpningarnas andel av undervisningen, förändringar i undervisningsmaterialet och timantalet, etc.).

Som jag redan nämnde granskade Stigler och Hiebert japanska, amerikanska och tyska matematiklektioner och kunde se vissa strukturella likheter mellan undervisningen i de tre länderna. De kunde också se en metodvariation inom ett enskilt land och det fanns såklart skillnader, även stora skillnader, mellan lärare. Men en noggrannare granskning av lektionsaktiviteterna visade att variationen i undervisningsmetoder inom respektive land var avsevärt mindre än mellan länderna. Skillnaderna i undervisningsmetoder mellan länderna var till och med anmärkningsvärt stora. Det finns, anser Stigler och Hiebert, ett japanskt, ett tyskt och ett amerikanskt undervisningsmönster som definierar det typiska inom respektive lands undervisningstradition. I Japan ligger undervisningsfokus på strukturerad problemlösning, i Tyskland på att utveckla avancerade procedurer och i USA på att lära ord och uttryck och att öva procedurer.

Man kan anta att olikheter i undervisningsmönster kan vara en förklaring till skillnader vid internationella prestationsjämförelser. Jämfört med amerikanska elever har de japanska eleverna nått upp till topp-prestationer. För Stigler och Hiebert var det därför av speciellt intresse att jämföra det amerikanska undervisningsmönstret med det japanska.

Bland alla de skillnader Hiebert och Stigler diskuterar är skillnader i lärarnas attityd till matematik och matematiskt kunnande och till inläring kanske de mest intressanta. Hiebert och Stigler menar att amerikanska och japanska elever i åttan möter olika matematik inom ramen för olika undervisningsmetoder. I båda länderna anser lärarna till exempel att lösning av matematiska problem är en mycket viktig lektionsaktivitet, men de videobandade lektionerna avslöjar att lärarna lägger olika innebörd i aktiviteten "matematisk problemlösning". För en japansk lärare utgör en problempresentation inledning till elevernas arbete, individuellt eller i grupp, för att utveckla lösningsprocedurer. I en amerikansk klass, däremot, utgör problempresentationen kontexten för demonstrationen av en procedur som sedan är inledning till att eleverna övar på proceduren. Organiseringen av lärandets innehåll skiljer länderna åt i högre grad än organiseringen av arbetet. I båda länderna arbetar eleverna ömsom individuellt och ömsom i grupper med problemlösning men både lärarens förväntningar och elevens egen förväntning på vad eleven skall lära sig är olika i dom båda länderna.

För en amerikansk lärare är matematik först och främst en mängd med procedurer som eleven stegvis lär sig, från lättare till svårare. Eftersom matematiken inte uppfattas som speciellt intressant i sig så tar lärarna till allehanda knep för att höja elevernas inlärningsmotivation.

“They pump up students’ interest by increasing the pace of the activities, by praising students for their work and behavior, by the cuteness or real-lifeness of tasks, and by their own power of persuasion through their enthusiasm, humor, and coolness.” (s. 93)

Målet är att procedurerna skall tränas in till en så hög färdighetsnivå som möjligt, ju mera övning med lyckat resultat, desto bättre inläring. Fel och misstag skall minimeras. En frustrerad elev, som säger att hon inte kan och förstår, ses som ett tecken på att lärarens undervisning inte har lyckats och att eleven behöver mer hjälp av läraren och mer övning.

“When noticing confusion they (teachers) quickly assist students by providing whatever information it takes to get the students back on track. .. teachers in the United States try hard to reduce confusion by presenting full information about how to solve problems (s. 91)

En typisk japansk lärare har, i jämförelse med en amerikansk lärare, en helt annan attityd till matematik och matematiskt kunnande. Den japanska läraren agerar som om matematiken i första hand består av samband mellan fakta, begrepp och idéer och väljer undervisningsmetoder därefter. Eleverna löser problem, studerar lösningsmetoderna och diskuterar och jämför dem under ledning av läraren.

”The fact that there are usually many ways to find an answer is important because it is generally agreed that richer, more conceptual learning opportunities are available if students are encouraged to examine the relative advantages of different methods and this is a place where students can participate in doing mathematics”. (s. 69)

Om eleverna får göra fel och misstag och sedan analysera konsekvenserna, underlättas inläringen. Eleverna skall alltså, enligt de japanska lärarna, tillåtas kämpa med att lösa problem innan man börjar diskutera matematiken. På lärarens ansvar ligger att ge ut rika nyckelproblem och att hjälpa eleverna se samband mellan de matematiska idéerna och mellan lektionens olika delar. Individuella skillnader ses som nyttiga för klassen eftersom de ger en hel mängd med idéer och lösningsmetoder som kan ge material för elevdiskussion och reflektion.

Stigler och Hiebert beskriver den japanska matematiklektionen som en välplanerad och sammanhängande berättelse som lärare och elever ”skriver” tillsammans. Den amerikanska lektionen, däremot, är en lös följd av aktiviteter där matematiken är fragmenterad och där den aktivaste parten är läraren. En av de synliga indikatorerna på den här skillnaden är, enligt Stigler och Hiebert, hur lärarna använder tavla och OH-projektor. I USA använde lärarna både tavlan och OH-projektorn främst för att fånga och kontrollera elevernas uppmärksamhet. De japanska lärarna använder sällan OH-projektorn. Tavlan använder de för att skriva ner och ge eleverna tillgång till de kumulativa resultaten av lektionens aktiviteter. Tavlan blir alltså ett sådant verktyg för både läraren och eleverna som OH-projektorn aldrig kan bli. Medan eleverna löser och diskuterar problem kan de med hjälp av taveltexten dels gå tillbaka till olika skeden av lektionen och dels se samband mellan olika delar av lektionen. Läraren, i sin tur, kan använda taveltexten för att summera lektionen och leda en diskussion kring de lösningsmetoder och matematiska samband som kommit fram under lektionens gång.

*En ny preliminär definition av tradition i relation till matematikundervisning:*

Utredningen har utvidgat begreppet "traditionell matematikundervisning" till att innefatta undervisning som ett kulturellt system med egenskaper och attityder typiska för det speciella systemet. Det här får konsekvenser för vad som uppfattas som effektivt, och ur elevens synvinkel, meningsfullt lärande. En ny preliminär definition av tradition kunde således få följande formulering: *Med tradition avses ett system av undervisningsaktiviteter vars stabilitet upprätthålls av den kultur där de ingår. Lärandets effektivitet bedöms i relation till graden av framgång inom det aktuella aktivitetssystemet.*

- Black, P. & Atkin, J. M. (eds) (1996). *Changing the Subject. Innovations in Science, Mathematics and Technology Education*. London: Routledge.
- Boaler, J. (1997). *Experiencing school mathematics. Teaching styles, sex and setting*. Buckingham: Open University Press.
- Bodin, A. & Capponi, B. (1996). Junior Secondary School Practices. Ingår i A. Bishop m.fl. (red.) *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.
- Cestari, M. L. (1998). Teacher-student communication in traditional and constructivist approaches to teaching. Ingår i H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi & A. Sierpinska (red.) *Language and Communication in the mathematics classroom*. Reston: NCTM.
- Fennema, E. & Romberg, T. (1999) Classrooms that promote understanding. Ingår i E. Fennema & T. A. Romberg (red.) *Mathematics classrooms that promote understanding*. London: Lawrence Erlbaum.
- Gregg, J. (1995). Discipline, control and the school mathematics tradition. *Teaching & Teacher Education*, 11(6), 579-593.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics. Teachers understanding of fundamental mathematics in China and United States*. London: Lawrence Erlbaum.
- Romberg, T. A. & Carpenter, T. P. (1986). Research in teaching and learning mathematics: Two disciplines of scientific inquiry. Ingår i M. C. Wittrock (red.) *Handbook of research on teaching*, s. 850-873. New York: Macmillan.
- Sarason, S. B. (1991). *The predictable failure of educational reform: Can we change course before it's too late?* San Fransisco: Jossey Bass.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap. Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. New York. The Free Press.